

## 8.1

- a) Yhtälön  $x^2 - 4x + 3 = 0$  toisen asteen termi on  $x^2$ , ensimmäisen asteen termi on  $-4 \cdot x$  ja vakiotermi on 3. Yhtälön kertoimet ovat  $a = 1$ ,  $b = -4$  ja  $c = -3$ . Ratkaistaan yhtälö ratkaisukaavalla.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, \quad b = -4 \quad \text{ja} \quad c = 3$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$$

Sievennetään lauseke.

$$= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 2}{2}$$

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

$$x = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

tai

$$x = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

- b)** Yhtälön  $5x^2 + x - 4 = 0$  toisen asteen termi on  $5x^2$ , ensimmäisen asteen termi on  $1 \cdot x$  ja vakiotermi on  $-4$ . Yhtälön kertoimet ovat  $a = 5$ ,  $b = 1$  ja  $c = -4$ . Ratkaistaan yhtälö ratkaisukaavalla.

$$5x^2 + x - 4 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 5, \quad b = 1 \quad \text{ja} \quad c = -4$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 5}$$

Sievennetään lauseke.

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{10}$$

$$= \frac{-1 \pm 9}{10}$$

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

$$x = \frac{-1 + 9}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

tai

$$x = \frac{-1 - 9}{10} = \frac{-10}{10} = -1$$

## Vastaus

**a)**  $x = 1$  tai  $x = 3$

**b)**  $x = -1$  tai  $x = \frac{4}{5}$

## 8.2

- a) Yhtälön  $2x^2 - x - 1 = 0$  toisen asteen termi on  $2x^2$ , ensimmäisen asteen termi on  $-1 \cdot x$  ja vakiotermi on  $-1$ .

Ratkaisukaavaan sijoitettavat kertoimet ovat  $a = 2$ ,  $b = -1$  ja  $c = -1$ .

- b) Yhtälön  $3x^2 + 7x - 6 = 0$  toisen asteen termi on  $3x^2$ , ensimmäisen asteen termi on  $7 \cdot x$  ja vakiotermi on  $-6$ .

Ratkaisukaavaan sijoitettavat kertoimet ovat  $a = 3$ ,  $b = 7$  ja  $c = -6$ .

### Vastaus

a)  $a = 2$ ,  $b = -1$ ,  $c = -1$

b)  $a = 3$ ,  $b = 7$ ,  $c = -6$

## 8.3

a)

$$5x^2 = -x \quad | +x$$

$$5x^2 + x = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0}}{2 \cdot 5}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1}}{10}$$

$$= \frac{-1 \pm 1}{10}$$

$$x = \frac{-1+1}{10} = \frac{0}{10} = 0$$

tai

$$x = \frac{-1-1}{10} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 5, \quad b = 1 \quad \text{ja} \quad c = 0$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

b)

$$x^2 + x = 2 - 2x^2 \quad | -2 + 2x^2$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 3, \quad b = 1 \quad \text{ja} \quad c = -2$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

$$3x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{6}$$

$$= \frac{-1 \pm 5}{6}$$

$$x = \frac{-1 + 5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

tai

$$x = \frac{-1 - 5}{6} = \frac{-6}{6} = -1$$

## Vastaus

a)  $x = -\frac{1}{5}$  tai  $x = 0$

b)  $x = -1$  tai  $x = \frac{2}{3}$

## 8.4

a)

$$x^2 + 9x = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} \\ &= \frac{-9 \pm \sqrt{81}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-9 \pm 9}{2} \\ x &= \frac{-9 + 9}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{aligned}$$

tai

$$x = \frac{-9 - 9}{2} = \frac{-18}{2} = -9$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1, \quad b = 9 \quad \text{ja} \quad c = 0$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

**b)**

$$4y^2 - 5y + 1 = 1 \quad | -1$$

$$4y^2 - 5y = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 0}}{2 \cdot 4}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25}}{8}$$

$$= \frac{5 \pm 5}{8}$$

$$y = \frac{5+5}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

tai

$$y = \frac{5-5}{8} = \frac{0}{8} = 0$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ay^2 + by + c = 0$$

$$a = 4, \quad b = -5 \quad \text{ja} \quad c = 0$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

### **Vastaus**

**a)**  $x = -9$  tai  $x = 0$

**b)**  $y = 0$  tai  $y = \frac{5}{4}$

## 8.5

a)

$$4y^2 + 9 = 12y \quad | -12y$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ay^2 + by + c = 0$$

$$a = 4, \quad b = -12 \quad \text{ja} \quad c = 9$$

$$4y^2 - 12y + 9 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4}$$

Sievennetään lauseke.

$$= \frac{12 \pm \sqrt{0}}{8}$$

$$= \frac{12 \pm 0}{8}$$

$$y = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$



**b)**

$$x(3x+2) = -1$$

$$3x^2 + 2x = -1 \quad | +1$$

$$3x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{-8}}{6} \end{aligned}$$

Kerrotaan sulkeet auki.

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 3, \quad b = 2 \quad \text{ja} \quad c = 1$$

Sievennetään lauseke.

Negatiivisen luvun neliöjuurta ei ole määritelty.

Koska  $\sqrt{-8}$  ei ole määritelty, yhtälöllä  $x(3x+2) = -1$  ei ole ratkaisuja.

## Vastaus

**a)**  $y = \frac{3}{2}$

**b)** ei ratkaisuja

## 8.6

a)

$$4x^2 + 1 = 4x \quad | -4x$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{0}}{8}$$

$$= \frac{4 \pm 0}{8}$$

$$x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 4, \quad b = -4 \quad \text{ja} \quad c = 1$$

Sievennetään lauseke.

**b)**

$$x - 1 = 2x^2 \quad | -2x^2$$

$$-2x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-2)}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{-4}$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = -2, \quad b = 1 \quad \text{ja} \quad c = -1$$

Sievennetään lauseke.

Negatiivisen luvun neliöjuurta ei ole määritelty.

Koska  $\sqrt{-7}$  ei ole määritelty, yhtälöllä  $x - 1 = 2x^2$  ei ole ratkaisuja.

### **Vastaus**

**a)**  $x = \frac{1}{2}$

**b)** ei ratkaisuja

## 8.7

$$x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \quad | \cdot 2$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4}$$

$$= \frac{1 \pm 3}{4}$$

$$x = \frac{1+3}{4} = \frac{1}{1} = 1$$

tai

$$x = \frac{1-3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Poistetaan nimittäjät.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 2, \quad b = -1 \quad \text{ja} \quad c = -1$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

### Vastaus

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{tai} \quad x = 1$$

## 8.8

Määritetään funktion  $f(x) = x^2 + 5x + 1$  nollakohdat ratkaisemalla yhtälö  $f(x) = 0$ .

$$f(x) = 0$$

$$x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, \quad b = 5 \quad \text{ja} \quad c = 1$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

Sievennetään lauseke.

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

$$x = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} (\approx -0,21)$$

tai

$$x = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} (\approx -4,79)$$

### Vastaus

$$x = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} (\approx -4,79) \quad \text{tai} \quad x = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} (\approx -0,21)$$

## 8.9

Funktioiden  $f(x) = x^2 - 3$  ja  $g(x) = 2x$  arvot ovat yhtä suuret niillä muuttujan  $x$  arvoilla, jotka toteuttavat yhtälön  $f(x) = g(x)$ .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 - 3 = 2x$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = -1 \text{ tai } x = 3$$

### Vastaus

$$x = -1 \text{ tai } x = 3$$

## 8.10

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$f(x) - g(x) = 1 \quad f(x) = 2x^2, \quad g(x) = 3x - 1$$

$$2x^2 - (3x - 1) = 1 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x = \frac{3}{2}$$

**Vastaus**

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x = \frac{3}{2}$$

## 8.11

- a) Yhtälön  $x^2 + x - 6 = 0$  toisen asteen termi on  $x^2$ , ensimmäisen asteen termi on  $x$  ja vakiotermi on  $-6$ . Yhtälön kertoimet ovat  $a = 1$ ,  $b = 1$  ja  $c = -6$ . Ratkaistaan yhtälö ratkaisukaavalla.

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, \quad b = 1 \quad \text{ja} \quad c = -6$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

Sievennetään lauseke.

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm 5}{2}$$

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

$$x = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

tai

$$x = \frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$



- b) Yhtälön  $6x^2 - x - 1 = 0$  toisen asteen termi on  $6x^2$ , ensimmäisen asteen termi on  $-1 \cdot x$  ja vakiotermi on  $-1$ . Yhtälön kertoimet ovat  $a = 6$ ,  $b = -1$  ja  $c = -1$ . Ratkaistaan yhtälö ratkaisukaavalla.

$$6x^2 - x - 1 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 6, \quad b = -1 \quad \text{ja} \quad c = -1$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6}$$

Sievennetään lauseke.

$$= \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12}$$

$$= \frac{1 \pm 5}{12}$$

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

$$x = \frac{1+5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

tai

$$x = \frac{1-5}{12} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}$$

## Vastaus

a)  $x = -3$  tai  $x = 2$

b)  $x = -\frac{1}{3}$  tai  $x = \frac{1}{2}$

## 8.12

a)

$$x^2 - 5 = 4x \quad | -4x$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$x = \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

tai

$$x = \frac{4-6}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1, \quad b = -4 \quad \text{ja} \quad c = -5$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

**b)**

$$x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{4}{5} = 0 \quad | \cdot 5$$

$$5x^2 + x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 5}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{10}$$

$$= \frac{-1 \pm 9}{10}$$

$$x = \frac{-1+9}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

tai

$$x = \frac{-1-9}{10} = \frac{-10}{10} = -1$$

Poistetaan nimittäjät.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 5, \quad b = 1 \quad \text{ja} \quad c = -4$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

### Vastaus

**a)**  $x = -1$  tai  $x = 5$

**b)**  $x = -1$  tai  $x = \frac{4}{5}$

## 8.13

a)

$$2x^2 + 11x = 3x - 8 \quad | -3x + 8$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 2, \quad b = 8 \quad \text{ja} \quad c = -8$$

Sievennetään lauseke.

$$2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-8)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{4}$$

$$= \frac{-8 \pm 0}{4}$$

$$x = \frac{-8}{4} = -2$$

b)

$$3x^2 - 9x = 3x \quad | -3x$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{12 \pm \sqrt{144}}{6}$$

$$= \frac{12 \pm 12}{6}$$

$$x = \frac{12 + 12}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

tai

$$x = \frac{12 - 12}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 3, \quad b = -12 \quad \text{ja} \quad c = 0$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

c)

$$3x^2 + 1 = -2x \quad | +2x$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 3, \quad b = 2 \quad \text{ja} \quad c = 1$$

Sievennetään lauseke.

$$3x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{-8}}{6}$$

Koska  $\sqrt{-8}$  ei ole määritelty, yhtälöllä  $3x^2 + 1 = -2x$  ei ole ratkaisuja.

### Vastaus

a)  $x = -2$

b)  $x = 0$  tai  $x = 4$

c) ei ratkaisuja

## 8.14

a) TAPA 1:

$$x^2 = 5$$

Yhtälön ratkaisut ovat luvun 5  
neliöjuuri ja sen vastaluku.

$$x = \sqrt{5} \text{ tai } x = -\sqrt{5}$$

TAPA 2:

$$x^2 = 5 \quad | -5$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit  
ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$x^2 - 5 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, \quad b = 0 \text{ ja } c = -5$$

$$= \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$$

Sievennetään lauseke.

$$= \frac{0 \pm \sqrt{20}}{2}$$

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

$$x = \frac{0 + \sqrt{20}}{2} = \frac{\sqrt{20}}{2} (= \sqrt{5})$$

tai

$$x = \frac{0 - \sqrt{20}}{2} = -\frac{\sqrt{20}}{2} (= -\sqrt{5})$$

**b) TAPA 1:**

$$(x-1)^2 = 5$$

$x-1$  on luvun 5

neliöjuuri tai sen vastaluku.

$$x-1 = \sqrt{5} \quad \text{tai} \quad x-1 = -\sqrt{5}$$

$$x = 1 + \sqrt{5} \quad x = 1 - \sqrt{5}$$

**TAPA 2:**

$$(x-1)^2 = 5$$

Muokataan yhtälö muotoon, jossa termit ovat vasemmalla ja nolla oikealla puolella.

$$(x-1)(x-1) = 5$$

$$x^2 - x - x + 1 = 5$$

$$x^2 - 2x + 1 = 5 \quad | -5$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, \quad b = -2 \quad \text{ja} \quad c = -4$$

$$= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$$

Sievennetään lauseke.

$$= \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

$$x = \frac{2 + \sqrt{20}}{2} (= 1 + \sqrt{5})$$

tai

$$x = \frac{2 - \sqrt{20}}{2} (= 1 - \sqrt{5})$$

**Vastaus**

**a)**  $x = -\sqrt{5}$  tai  $x = \sqrt{5}$

**b)**  $x = 1 - \sqrt{5}$  tai  $x = 1 + \sqrt{5}$



## 8.15

a) Määritetään funktion  $f(x) = x^2 + 3x - 10$  nollakohdat ratkaisemalla yhtälö  $f(x) = 0$ .

$$f(x) = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

tai

$$x = \frac{-3 - 7}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1, \quad b = 3 \quad \text{ja} \quad c = -10$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

**b)**

$$f(x) = 30$$

$$x^2 + 3x - 10 = 30 \quad | -30$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1, \quad b = 3 \quad \text{ja} \quad c = -40$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm 13}{2}$$

$$x = \frac{-3 + 13}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

tai

$$x = \frac{-3 - 13}{2} = \frac{-16}{2} = -8$$

Sievennetään lauseke.

Lasketaan ratkaisujen arvot yksitellen.

### **Vastaus**

$$\text{a) } x = -5 \quad \text{tai} \quad x = 2$$

$$\text{b) } x = -8 \quad \text{tai} \quad x = 5$$

## 8.16

- a) Funktion  $h$  arvo kertoo pallon korkeuden  $t$  sekuntia heittohetkestä. Pallo on 12 metrin korkeudessa, kun  $h(t) = 12$ . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $t$ .

$$h(t) = 12$$

$$20t - 5t^2 = 12 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$t \approx 0,7 \quad \text{tai} \quad t \approx 3,3$$

Pallo on 12 metrin korkeudessa 0,7 sekunnin ja 3,3 sekunnin kuluttua heittohetkestä.

- b) Pallo on 25 metrin korkeudessa, kun  $h(t) = 25$ . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $t$ .

$$h(t) = 25$$

$$20t - 5t^2 = 25 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

ei ratkaisuja

Pallo ei ole koskaan 25 metrin korkeudessa.

- c) Pallo on maassa, kun sen korkeus on 0 metriä eli kun  $h(t) = 0$ . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $t$ .

$$h(t) = 0$$

$$20t - 5t^2 = 0 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$t = 0 \quad \text{tai} \quad t = 4$$

Pallo on maassa heiton alkaessa ja jälleen 4 sekuntia heittohetkestä.  
Pallo on ilmassa 4,0 sekuntia.

### Vastaus

- a) 0,7 sekunnin ja 3,3 sekunnin kuluttua  
b) ei koskaan  
c) 4,0 s

## 8.17

Merkitään lukua kirjaimella  $x$ .

Luvun  $x$  neliö kolminkertaisena on  $3x^2$ .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$x + 3x^2 = 0 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = -\frac{1}{3} \quad \text{tai} \quad x = 0$$

**Vastaus**

$$x = -\frac{1}{3} \quad \text{tai} \quad x = 0$$

## 8.18

Merkitään lukua kirjaimella  $x$ .

Luvun  $x$  neliön ja luvun  $4$  summa on  $x^2 + 4$ .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$x - (x^2 + 4) = -10 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = -2 \quad \text{tai} \quad x = 3$$

### Vastaus

$$x = -2 \quad \text{tai} \quad x = 3$$

## 8.19

Funktion  $f(x) = x^2$  arvo on kolmasosa funktion  $g(x) = 2x + 1$  arvosta niillä muuttujan  $x$  arvoilla, jotka toteuttavat yhtälön  $f(x) = \frac{1}{3}g(x)$ . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$f(x) = \frac{1}{3}g(x)$$

$$x^2 = \frac{1}{3}(2x + 1)$$

$$x^2 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3x^2 = 2x + 1 \quad | -2x - 1$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 3, \quad b = -2 \quad \text{ja} \quad c = -1$$

$$= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6}$$

$$= \frac{2 \pm 4}{6}$$

$$x = \frac{2+4}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

tai

$$x = \frac{2-4}{6} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

### Vastaus

$$x = -\frac{1}{3} \quad \text{tai} \quad x = 1$$

## 8.20

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$f(x) - g(x) = 2$$

$$3x^2 - (-x + 2) = 2$$

$$3x^2 + x - 2 = 2 \quad | -2$$

$$3x^2 + x - 4 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 3, \quad b = 1 \quad \text{ja} \quad c = -4$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4)}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{6}$$

$$= \frac{-1 \pm 7}{6}$$

$$x = \frac{-1 + 7}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

tai

$$x = \frac{-1 - 7}{6} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3}$$

### Vastaus

$$x = -\frac{4}{3} \quad \text{tai} \quad x = 1$$